

Développement d'un polynôme

Exemples :

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$(x + y)^n = x^n + a_1 x^{(n-1)}y + a_2 y^{(n-2)}y^2 + \dots + y^n$$

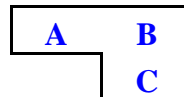
Le problème posé est de trouver les valeurs des coefficients : a_1, a_2, \dots

Pour tout « n » entier positif, on va utiliser le **TRIANGLE DE PASCAL**

Puissance

0	1											
1	1	1										
2	1	2	1									
3	1	3	3	1								
4	1	4	6	4	1							
5	1	5	10	10	5	1						
6	1	6	15	20	15	6	1					
7	1	7	21	35	35	21	7	1				
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1			
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1		
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	

Toutes les cellules sont construites suivant :



$$C = A + B$$

La méthode de construction est simple. Voir ci-dessus le calcul d'un terme quelconque avec les 2 valeurs de la ligne précédente : $C = A + B$

Ce triangle ne s'arrête pas à la ligne 10, on peut le prolonger à l'infini.

Pour une puissance donnée, la 1^{ère} et la dernière valeurs sont toujours = 1. Ce sont les coefficients de x^n et y^n

Par exemple :

Pour $(x + y)^7$ on prends sur la ligne « 7 » les coefficients : 1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1

$$(x + y)^7 = 1x^7 + 7x^6y + 21x^5y^2 + 35x^4y^3 + 35x^3y^4 + 21x^2y^5 + 7xy^6 + 1y^7$$