Développement d'un polynôme

Exemples :

$(x + y)^2 \quad = \quad x^2 + \mathbf{2}\,xy + y^2$

$(x + y)^3 \quad = \quad x^3 + \mathbf{3}\,x^2y + \mathbf{3}\,xy^2 + y^3$

$(x + y)^4 \quad = \quad x^4 + \mathbf{4}\,x^3y + \mathbf{6}\,x^2y^2 + \mathbf{4}\,xy^3 + y^4$

……………………………………………………………………

$(x + y)^n \quad = \quad x^n + \mathbf{a_1}\,x^{(n-1)}y + \mathbf{a_2}\,y^{(n-2)}y^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + y^n$

Le problème posé est de trouver les valeurs des coefficients : $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$, ...

Pour tout « n » entier positif, on va utiliser le **TRIANGLE DE PASCAL**

Puissance											
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

Toutes les cellules sont construites suivant :

A	**B**
	C

C = A + B

La méthode de construction est simple. Voir ci-dessus le calcul d'un terme quelconque avec les 2 valeurs de la ligne précédente : C = A + B

Ce triangle ne s'arrête pas à la ligne 10, on peut le prolonger à l'infini.

Pour une puissance donnée, la 1ère et la dernière valeurs sont toujours = 1. Ce sont les coefficients de x^n et y^n

Par exemple :

Pour $(x + y)^7$ on prends sur la ligne « 7 » les coefficients : 1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1

$(x + y)^7 \quad = \quad \mathbf{1}\,x^7 + \mathbf{7}\,x^6y + \mathbf{21}\,x^5y^2 + \mathbf{35}\,x^4y^3 + \mathbf{35}\,x^3y^4 + \mathbf{21}\,x^2y^5 + \mathbf{7}\,xy^6 + \mathbf{1}\,y^7$