APPLICATION DE L'ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ POUR RETROUVER DEUX VARIABLES DONT ON CONNAÎT LA SOMME ET LE PRODUIT :

Soient 2 variables x_1 et x_2 dont on connaît la somme et le produit :

$S = x_1 + x_2$ et **$P = x_1 x_2$**

On pose l'équation :

$(x - x_1)(x - x_2) = 0$

$x^2 - x x_1 - x x_2 + x_1 x_2 = 0$

$x^2 - x \underbrace{(x_1 + x_2)}_{S} + \underbrace{x_1 x_2}_{P} = 0$

Donc x_1 et x_2 sont les racines de l'équation : **$x^2 - S x + P = 0$**

$$x^2 - S x + P = 0 \qquad \Delta = S^2 - 4P$$

$$x_1 = \frac{S + \sqrt{S^2 - 4P}}{2} \quad et \quad x_2 = \frac{S - \sqrt{S^2 - 4P}}{2}$$

<u>Exemple de problème</u> :

On connaît la somme de 2 variables et la somme de leurs carrés.

(1) $x_1^2 + x_2^2 = a$ et **(2) $x_1 + x_2 = b$**

De (2) on déduit : $(x_1 + x_2)^2 = b^2$

On développe : $\underbrace{x_1^2 + x_2^2}_{(1)} + 2 x_1 x_2 = b^2$

$\Rightarrow a + 2 x_1 x_2 = b^2$

$\Rightarrow x_1 x_2 = (b^2 - a) / 2$

Donc on a : **$S = b$** et **$P = (b^2 - a) / 2$**

x_1 et x_2 sont donc les racines de l'équation : **$x^2 - S x + P = 0$** $\Rightarrow$ **$x^2 - b x + (b^2 - a) / 2 = 0$**

$$x^2 - b x + \frac{b^2 - a}{2} = 0 \qquad \Delta = b^2 - 2(b^2 - a)$$

$$x_1 = \frac{b + \sqrt{b^2 - 2(b^2 - a)}}{2} \quad et \quad x_2 = \frac{b - \sqrt{b^2 - 2(b^2 - a)}}{2}$$