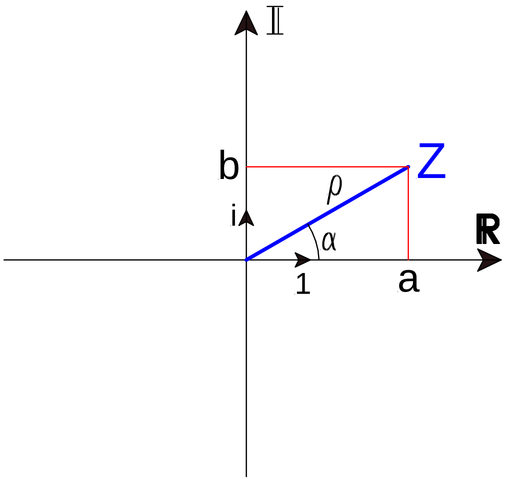
NOMBRES COMPLEXES

On définit le nombre imaginaire « i » tel que : $\boxed{i^2 = -1}$

Dans un plan complexe de vecteurs directeurs « 1 » pour l'axe des Réels et « i » pour l'axe des Imaginaires, on définit le nombre complexe « z ».



z peut s'écrire de différentes façons :

- Algébrique : z = a + i b
- Polaire : z = [ρ ; α]
- Exponentielle : $z = \rho\, e^{i\alpha}$

a est la partie réelle
b est la partie imaginaire
α est l'argument
ρ est le module

On a les relations suivantes :

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\sin\alpha = \frac{b}{\rho} \quad ou \quad \cos\alpha = \frac{a}{\rho} \quad ou \quad tg\,\alpha = \frac{b}{a}$$

Conjugués : Si z = a + i b son conjugué est : $\bar{z} = a - i\,b$

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2} \qquad \overline{z_1\, z_2} = \overline{z_1}\;\overline{z_2} \qquad \frac{1}{\overline{z_1}} = \overline{\left(\frac{1}{z_1}\right)} \qquad (\bar{z})^x = \overline{(z^x)}$$

$$avec: \quad z = a + i\,b \qquad z + \bar{z} = 2\,a \in R \qquad z - \bar{z} = 2\,i\,b \in I \qquad z\,\bar{z} = a^2 + b^2 \in R$$

En polaire :

$$avec \quad z = [\rho\,;\alpha] \qquad z_1\, z_2 = [\rho_1\,\rho_2\,;(\alpha_1 + \alpha_2)] \qquad \frac{z_1}{z_2} = \left[\frac{\rho_1}{\rho_2}\,;(\alpha_1 - \alpha_2)\right] \qquad z^n = [\rho^n\,;n\,\alpha]$$

Équation du second degré en complexe : $a\,z^2 + b\,z + c = 0$ $\quad \Delta = b^2 - 4\,a\,c$

$$Si\ \ \Delta > 0 \Rightarrow 2\ racines\ réelles: \quad z_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a} \quad et \quad z_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}$$

$$Si\ \ \Delta = 0 \Rightarrow 1\ racine\ double: \quad z_0 = -\frac{b}{2\,a}$$

$$Si\ \ \Delta < 0 \Rightarrow 2\ racines\ conjuguées: \quad z_1 = \frac{-b + i\sqrt{|b^2 - 4\,a\,c|}}{2\,a} \quad et \quad z_2 = \frac{-b - i\sqrt{|b^2 - 4\,a\,c|}}{2\,a}$$