

DÉRIVÉES

Ces quelques astuces ont pour but d'éviter d'avoir à apprendre par cœur un grand nombre de formules alors que simplement quelques formules de base permettent de retrouver très rapidement toutes les autres et éviter le risque de mal se rappeler une formule compliquée avec tous les risques d'erreur que cela entraînerait.

Dérivées des expressions simples :

On a généralement plusieurs formules à apprendre par cœur :

$$1) \quad f(x) = k x^n \quad f'(x) = k n x^{n-1}$$

$$2) \quad f(x) = \frac{k}{x} \quad f'(x) = -\frac{k}{x^2}$$

$$3) \quad f(x) = k \sqrt{x} \quad f'(x) = \frac{k}{2\sqrt{x}}$$

etc....etc.....mais quelle est la dérivée de $f(x) = \frac{k}{x^3}$ ou de $k\sqrt[3]{x}$? d'autres formules à retenir?

En bref une seule formule est utile la première: $f(x) = k x^n \quad f'(x) = k n x^{n-1}$

Toutes les autres en découlent et se retrouvent très facilement

Formule (2) $f(x) = \frac{k}{x} = k x^{-1} \quad f'(x) = k n x^{n-1} \text{ avec } n = -1 \text{ donc } f'(x) = k (-1) x^{-2} = -\frac{k}{x^2}$

Formule (3) $f(x) = k \sqrt{x} \quad f'(x) = k n x^{n-1} \text{ avec } n = \frac{1}{2} \text{ donc } f'(x) = k \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{k x^{-\frac{1}{2}}}{2} = \frac{k}{2\sqrt{x}}$

Et ainsi de suite quelle que soit la puissance de x , positive ou négative, entière, fractionnaire ou même décimale.

Dérivées des combinaisons de fonctions :

De même, on a généralement plusieurs formules à apprendre par cœur :

$$1) \quad f(x) = u(x)^n \quad f'(x) = n \cdot u(x)^{n-1} u'(x)$$

$$2) \quad f(x) = u(x) \cdot v(x) \quad f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$3) \quad f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \quad f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$$

$$4) \quad f(x) = \frac{1}{u(x)} \quad f'(x) = -\frac{u'(x)}{u^2(x)}$$

$$5) \quad f(x) = \sqrt{u(x)} \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$$

etc.....etc..... et il y en a d'autres.....

Seules les deux premières formules sont à retenir. La (1) et la (2). Toutes les autres en découlent.

$$\text{Formule (4)} \quad f(x) = \frac{1}{u(x)} = u(x)^{-1}$$

$$\text{La formule (1) nous donne:} \quad f'(x) = n \cdot u(x)^{n-1} u'(x) \quad \text{avec } n = -1 \quad f'(x) = (-1) u(x)^{-2} u'(x) = -\frac{u'(x)}{u^2(x)}$$

$$\text{Formule (5)} \quad f(x) = \sqrt{u(x)} = u(x)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{La formule (1) nous donne:} \quad f'(x) = n \cdot u(x)^{n-1} u'(x) \quad \text{avec } n = \frac{1}{2} \quad f'(x) = \frac{1}{2} u(x)^{-\frac{1}{2}} u'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$$

$$\text{Formule (3)} \quad f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} = u(x) \cdot G(x) \quad \text{avec } G(x) = \frac{1}{v(x)}$$

$$\text{On a déjà démontré que } G'(x) = -\frac{v'(x)}{v^2(x)}$$

.

$$\text{La formule (2) nous donne:} \quad f'(x) = u'(x) \cdot G(x) + u(x) \cdot G'(x)$$

en remplaçant $G(x)$ et $G'(x)$ par leurs valeurs, on obtient :

$$f'(x) = u'(x) \cdot \frac{1}{v(x)} + u(x) \cdot \frac{-v'(x)}{v^2(x)} = u'(x) \cdot \frac{v(x)}{v^2(x)} + u(x) \cdot \frac{-v'(x)}{v^2(x)} = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$$

$$\text{Fonction de fonction:} \quad F(x) = g(f(x)) \quad \text{qu'on note:} \quad F(x) = g \circ f(x)$$

$$F'(x) = (g \circ f(x))' = f'(x) g'(f(x))$$

Dérivées des expressions trigonométriques et exponentielles :

$$f(x) = e^{u(x)} \quad f'(x) = u'(x) e^{u(x)}$$

$$f(x) = \ln(u(x)) \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

$$f(x) = \sin(u(x)) \quad f'(x) = u'(x) \cos(u(x))$$

$$f(x) = \cos(u(x)) \quad f'(x) = -u'(x) \sin(u(x))$$

$$f(x) = \operatorname{tg}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{[\cos(u(x))]^2} = u'(x) [1 + [\operatorname{tg}(u(x))]^2]$$

$$f(x) = \operatorname{cotg}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{-u'(x)}{[\sin(u(x))]^2} = -u'(x) [1 + [\operatorname{cotg}(u(x))]^2]$$

$$f(x) = \operatorname{Arcsin}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{\sqrt{1 - (u(x))^2}}$$

$$f(x) = \operatorname{Arccos}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{-u'(x)}{\sqrt{1 - (u(x))^2}}$$

$$f(x) = \operatorname{Arctg}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{1 + (u(x))^2}$$

$$f(x) = \operatorname{Arcotg}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{-u'(x)}{1 + (u(x))^2}$$

$$f(x) = \operatorname{sh}(u(x)) \quad f'(x) = u'(x) \operatorname{ch}(u(x))$$

$$f(x) = \operatorname{ch}(u(x)) \quad f'(x) = u'(x) \operatorname{sh}(u(x))$$

$$f(x) = \operatorname{th}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{[\operatorname{ch}(u(x))]^2} = u'(x) [1 + [\operatorname{th}(u(x))]^2]$$

$$f(x) = \operatorname{coth}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{-u'(x)}{[\operatorname{sh}(u(x))]^2} = -u'(x) [1 - [\operatorname{coth}(u(x))]^2]$$

$$f(x) = \operatorname{Argsh}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{\sqrt{(u(x))^2 + 1}}$$

$$f(x) = \operatorname{Argch}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{\sqrt{(u(x))^2 - 1}}$$

$$f(x) = \operatorname{Argth}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{1 - (u(x))^2} \quad \text{Avec : } x \in]-1, +1[$$

$$f(x) = \operatorname{Arcotg}(u(x)) \quad f'(x) = \frac{u'(x)}{1 - (u(x))^2} \quad \text{Avec : } x \notin [-1, +1]$$