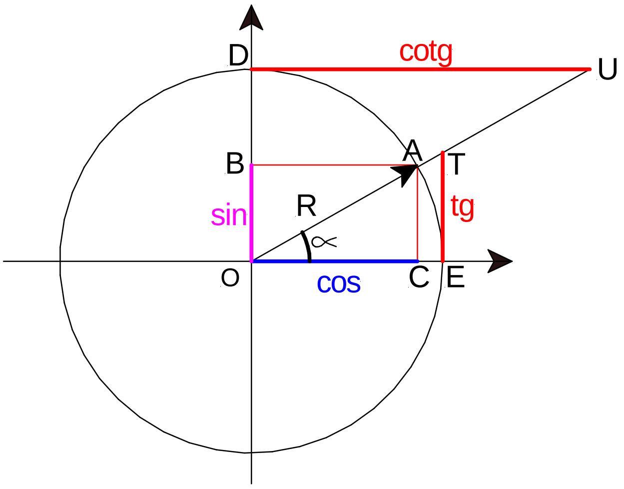
BASES DE LA TRIGONOMÉTRIE



R étant le rayon (R = OA = OD = OE)
R est l'hypoténuse du triangle OAC

Définition du sinus :

OB = AC = R sin α

$$\sin\alpha = \frac{AC}{R} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

Définition du cosinus :

OC = AB = R cos α

$$\cos\alpha = \frac{OC}{R} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Définition de la tangente :

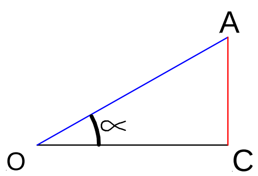
TE = R tg α et DU = R cotg α

$$tg\ \alpha = \frac{OC}{R} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{AC}{OC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

$$\textit{Par définition}:\quad tg\ \alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad et \quad cotg\ \alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{tg\ \alpha}$$

Avec R = 1 on obtient :

AC = sin α OC = cos α TE = tg α DU = cotg α



Le triangle OAC est rectangle en C

D'après le théorème de Pythagore : $OA^2 = OC^2 + AC^2$

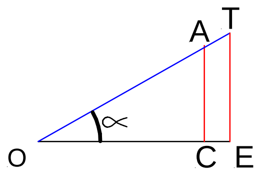
$OA^2 = R^2$ $AC^2 = (R \sin\alpha)^2 = R^2 \sin^2\alpha$ $OC^2 = (R\cos\alpha)^2 = R^2\cos^2\alpha$

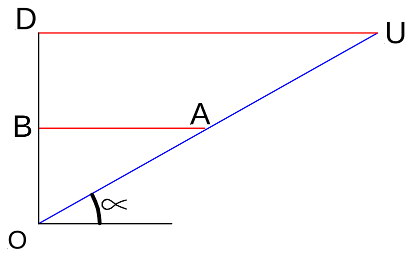
Donc :

$$\begin{aligned} R^2\sin^2\alpha + R^2\cos^2\alpha &= R^2 \\ R^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) &= R^2 \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha &= 1 \end{aligned}$$

$$\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$

On peut expliquer la tangente (tg α) et la cotangente (cotg α) par le théorème de Thalès :





$$R = OE = OA$$

$$\frac{TE}{OE} = \frac{AC}{OC}$$

$$donc : \frac{TE}{R} = \frac{AC}{OC}$$

$$\frac{TE}{R} = \frac{R \sin \alpha}{R \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$TE = R \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = R\, tg\, \alpha$$

$$R = OE = OD$$

$$\frac{DU}{OD} = \frac{BA}{BO}$$

$$donc : \frac{DU}{R} = \frac{BA}{BO}$$

$$\frac{DU}{R} = \frac{R \cos \alpha}{R \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$DU = R \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = R\, cotg\, \alpha = \frac{R}{tg\, \alpha}$$